

数 学

200 点

9 時 30 分 ～ 10 時 30 分 (60 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **3** までの計 3 問です。**1** から **3** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は、**1** から **3** までの計 3 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は、計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は、紙面の中央に印刷された縦線によって、左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は、まず用紙の左側の部分に書き、それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後、問題冊子、解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ のとき, $\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ と $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$ の値を求めよ。

(2) 次の和 S_n および T_n を求めよ。

$$S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1) \cdot 2^{k-1}, \quad T_n = \sum_{k=1}^n S_k$$

2 次の問いに答えよ。

(1) m は実数の定数とする。3次方程式 $2x^3 - 3mx^2 + 3m - 2 = 0$ が1つの実数解と異なる2つの虚数解をもつとき、その実数解を求めよ。また、定数 m の値の範囲を求めよ。

(2) $a > 0$ のとき、2つの関数 $f(x) = \frac{12}{x}$ と $g(x) = (2a - 6)x + \frac{24}{a}$ について、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $A(a, f(a))$ における接線と直線 $y = g(x)$ の交点を点 B とする。ここで、点 $C(a, g(a))$ としたとき、 $\triangle ABC$ の面積 S が最小となるときの定数 a の値と、そのときの S の値を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

(1) 定積分

$$\int_{-\sqrt{3}}^3 \frac{2x}{x^2+3} dx$$

および

$$\int_{-\sqrt{3}}^3 \frac{2}{x^2+3} dx$$

を求めよ。

(2) 次の2つの等式が同時に成り立つように、定数 a , b の値を定め、極限值 c

を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ax^2 + bx - 6}{x + 3} = -5, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b - \sqrt{x+3}}{x-1} = c$$